

考试承诺：  
本人所提供  
的个人考试  
信息真实准  
确。在考试  
中自觉遵守  
《考生守则》  
和考场纪律  
；如有违规  
行为，将自  
愿接受自学  
考试违规处  
理规定的相  
关条款的处  
理。

承诺人签字：

准考证号

--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--

县(区)

--	--	--	--	--	--

考点

--	--	--	--	--	--

考场号

--	--	--	--	--	--

绝密★启用前

四川省 2013 年 1 月高等教育自学考试

抽象代数 试卷

(课程代码 02009)

本试卷共 8 页，满分 100 分；考试时间 150 分钟。

总分	题号	一	二	三	四	五
核分人	题分	16	10	24	30	20
复查人	得分					

得分	评卷人	复查人

一、单项选择题 (本大题共 16 小题，每小题 1 分，共 16 分)  
在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

- 一个集合  $A$  到自身的映射  $\tau$  既是满射又是单射，则  $\tau$  为  $A$  上的一个 [ ]  
A. 变换 B. 满射变换 C. 单射变换 D. 一一变换
- 设  $A = \{a, b\}$ ，则  $A \times A = \{(x, y) | x, y \in A\}$  到  $A$  的映射的个数是 [ ]  
A. 2 B.  $2^2$  C.  $2^3$  D.  $2^4$
- 下列对应法则中是实数集  $R$  到其子集上关于普通加法的同态映射的是 [ ]  
A.  $\sigma_1: a \rightarrow 2a$  B.  $\sigma_2: a \rightarrow a^2$   
C.  $\sigma_3: a \rightarrow \sqrt{a}$  D.  $\sigma_4: a \rightarrow a+2$
- 设  $P^{n \times n}$  是数域  $P$  上的全体  $n$  级方阵的集合， $\forall A, B \in P^{n \times n}$ ，则下列规定中不是  $P^{n \times n}$  上的代数运算的是 [ ]  
A.  $A+B = A+B$  B.  $A \cdot B = A \cdot B$   
C.  $A \cdot B = AB^{-1}$  D.  $A \cdot B = A^t B$ ，其中  $A^t$  是  $A$  的转置矩阵
- 群  $G$  被称为是一个无限群，若  $G$  含元素的个数是 [ ]  
A. 自然数 B. 整数 C. 有理数 D.  $\infty$
- 设  $H$  是群  $G$  的一个非空有限子集，则  $H$  是  $G$  的子群的充分必要条件是 [ ]  
A.  $\forall a, b \in H, ab \in G$  B.  $\forall a, b \in H, ab \in H$   
C.  $\forall a, b \in H, ab^{-1} \in G$  D.  $\forall a \in H, a^{-1} \in H$

座位号   复核总分

- 设  $G$  是一个 6 阶群，则  $G$  不含有 [ ]  
A. 2 阶子群 B. 3 阶子群  
C. 6 阶子群 D. 4 阶子群
- 任何一个群都同构于一个 [ ]  
A. 有限群 B. 交换群  
C. 变换群 D. 循环群
- 一个环  $R$  被称为是一个整环，假如 [ ]  
A.  $R$  是交换环 B.  $R$  有单位元  
C.  $R$  为无零因子环 D. A, B, C 均成立
- 一个环中所有非零元的加法阶是 [ ]  
A. 不一样的 B. 一样的  
C. 有限的 D. 无限的
- 若  $A$  是有单位元的交换环  $R$  的理想，则  $R/A$  是整环的充分必要条件是  $A$  为  $R$  的 [ ]  
A. 主理想 B. 单位理想  
C. 最大理想 D. 素理想
- 设  $a$  是环  $R$  的任意给定的元素，则  $(a) = \{ra + na | r \in R, n \in Z\}$ ，若  $R$  [ ]  
A. 为零因子 B. 为交换环  
C. 有单位元且无零因子 D. 有零因子且不交换
- 模  $n$  的剩余类环  $Z_n$  无零因子的充分必要条件是 [ ]  
A.  $n$  为合数 B.  $Z_n$  的每个元无逆元  
C.  $Z_n$  的加法群是循环群 D.  $Z_n$  是域
- 欧氏环  $R$  中由一个素元生成的主理想是  $R$  的 [ ]  
A. 最大理想 B. 零理想  
C. 单位理想 D. 平凡理想
- 在  $Z_6[x]$  中多项式  $f(x) = x^4 - x$  的全部根是 [ ]  
A.  $\{0\}$  B.  $\{0\}, \{1\}$   
C.  $\{0\}, \{1\}, \{2\}$  D.  $\{1\}, \{2\}$
- 整数环上的一元多项式环  $Z[x]$  是一个 [ ]  
A. 唯一分解环 B. 主理想环  
C. 欧氏环 D. 除环

得分	评卷人	复查人

二、多项选择题 (本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分)  
在每小题列出的五个备选项中至少有两个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选、少选或未选均无分。

- 设  $S$  是一个非空集， $\circ$  表示对  $S$  的任意两个子集求交集的运算，则  $\circ$  是  $S$  的一个 [ ]  
A. 代数运算 B. 适合交换律的代数运算  
C. 适合结合律的代数运算 D. 对非零子集适合消去律的代数运算  
E. 适合分配律的代数运算

qq593777558

http://zk.ikaoti.cn

18. 一个有限群的同态像可能是一个 【    】  
 A. 非交换群    B. 交换群    C. 循环群  
 D. 有限群    E. 无限群
19. 一个整环的一个子环可能 【    】  
 A. 有零元    B. 有单位元    C. 无零因子  
 D. 有零因子    E. 有可逆元
20. 设  $F$  是一个除环, 则  $F$  上的一个多项式环  $F[x]$  是一个 【    】  
 A. 除环    B. 整环    C. 唯一分解环  
 D. 主理想环    E. 域
21. 设  $x^2$  是模 8 的剩余类环  $Z_8$  上的多项式, 则  $x^2 = 0$  在  $Z_8$  中的根有 【    】  
 A. 0    B. 2    C. 4  
 D. 6    E. 8

得分	评卷人	复查人

三、简答题 (本大题共 4 小题, 每小题 6 分, 共 24 分)

22. 设  $A$  是一个非空集合,  $\forall B, C \subset A$ , 规定  $B \circ C = C$ , 则  $\circ$  是  $A$  的代数运算.  $A$  关于代数运算  $\circ$  有零元吗? 为什么?

23. 设  $H$  是  $n$  次对称群  $S_n$  的一个非空子集且  $H$  对置换乘法封闭, 则  $H$  是  $S_n$  的子群吗? 为什么?

24. 有理数域  $Q$  上的一元多项式环  $Q[x]$  等于理想  $(2, x+1)$  吗? 为什么?

25. 设  $p$  为素数, 则主理想  $(p)$  是高斯整数环  $Z[i]$  的素理想吗? 为什么?

密  
封  
线  
内  
不  
准  
答  
题

qq593777558

<http://zk.ikaoti.cn>

得分	评卷人	复查人

四、计算题 (本大题共 3 小题, 每小题 10 分, 共 30 分)

26. 设  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 1 & 3 & 7 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 7 & 1 & 5 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ .  
求:  $\sigma^{2019}\tau^2$  生成的子群在  $S_7$  中的指数.

密  
封  
线  
内  
不  
准  
答  
题

27. 在模 3 的剩余类环上的一元多项式环  $\mathbb{Z}_3[x]$  中计算多项式乘积  
 $(x^5 - 4x^4 + 3x^3 + 2x - 4)(x^4 + 2x^3 + 4x^2 - x + 3)$

抽象代数试卷第 5 页 (共 8 页)

28. 设  $a, b$  是含 5 个元素的整环  $R$  中的两个元素, 计算  $(a+b)^{10}$ .

抽象代数试卷第 6 页 (共 8 页)

qq593777558

<http://zk.ikaoti.cn>

得分	评卷人	复查人

五、证明题 (本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

29. 设  $H$  是群  $G$  的一个子群,  $C_G(H)$  是  $G$  中与  $H$  中任意元素运算均可交换的元素之集, 证明:  $C_G(H)$  是群  $G$  的子群.

抽象代数试卷第 7 页 (共 8 页)

30. 证明: 有理数域  $Q$  上一元多项环  $Q[x]$  的剩余类环  $Q[x]/(x+1)^2$  不是域.

抽象代数试卷第 8 页 (共 8 页)

密  
封  
线  
内  
不  
准  
答  
题

qq593777558

<http://zk.ikaoti.cn>